

Министерство просвещения Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»  
Институт математики, физики, информатики и технологий  
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

**Организация исследовательской деятельности обучающихся 5-  
6-х классов в процессе обучения математике**

Выпускная квалификационная работа

Направление: «44.03.01 –Педагогическое образование»

Профиль: «Математика»

Работа допущена к защите:

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

дата                      подпись

\_\_\_\_\_

оценка

Исполнитель:

\_\_\_\_\_

подпись

Хамитова Эвелина Вильдановна,  
студентка группы МАТ-1601

Научный руководитель:

\_\_\_\_\_

подпись

Блинова Т. Л.,  
канд. пед. наук, доцент кафедры  
ВМиМОМ

Екатеринбург 2020

## Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ .....	5
1.1 Определение понятия «исследовательская деятельность», характеристика исследовательской деятельности .....	5
1.2 Особенности организации исследовательской деятельности обучающихся в процессе обучения математике .....	12
ГЛАВА 2. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6-Х КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ .....	24
2.1 Характеристика познавательной сферы обучающихся 5-6-х классов .....	24
2.2 Требования к организации исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов в процессе обучения математике .....	28
2.3 Комплекс занятий, направленных на организацию исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов .....	36
Заключение .....	43
Список литературы .....	45

## **ВВЕДЕНИЕ**

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования, образовательная программа должна быть направлена на формирование у обучающихся основ культуры исследовательской деятельности и навыков разработки, реализации и общественной презентации результатов исследования, предметного или межпредметного учебного проекта, направленного на решение научной, личностно и (или) социально значимой проблемы; опыта самостоятельной исследовательской деятельности. Программа должна обеспечивать формирование навыков участия в различных формах организации учебно-исследовательской деятельности и овладение приемами учебного сотрудничества и социального взаимодействия со сверстниками, старшими школьниками и взрослыми в совместной учебно-исследовательской деятельности.

Проблемой организации исследовательской деятельности обучающихся занимались такие авторы, как Н. Г. Алексеев, В. А. Далингер, Т. Л. Брославская, Е. И. Кассир, И. В. Клещева, А. В. Леонтович, А. С. Обухов, В.М. Самохина, Е. Ю. Фролова, Д. Б. Эльконин, в работах которых указывается, что процесс обучения должен быть направлен на развитие творческих способностей, умений самостоятельно приобретать знания и применять их на практике, размышлять, сопоставлять разные факты, точки зрения, формулировать и аргументировать собственную позицию. Они отмечают, что средством достижения таких результатов является правильно организованная исследовательская деятельность обучающихся.

Исходя из вышеизложенного, была выбрана тема исследования «Организация исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов в процессе обучения математике»

Объект: процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

Предмет: организация исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов.

Цель данной работы: разработка комплекса учебных заданий, направленных на организацию исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов

Достижение цели обеспечивается выполнением ряда задач:

1. Проанализировать литературу и интернет-источники по теме данной работы с целью выявления основных характеристик исследовательской деятельности.
2. Раскрыть сущность понятия «исследовательская деятельность» и его характеристики.
3. Охарактеризовать особенности организации исследовательской деятельности обучающихся в процессе обучения математике.
4. Проанализировать особенности познавательной сферы обучающихся 5-6-х классов.
5. Выявить требования к организации исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов в процессе обучения математике.
6. Разработать комплекс занятий, направленных на организацию исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов.

# **ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

## **1.1 Определение понятия «исследовательская деятельность», характеристика исследовательской деятельности**

В методической, психологической и педагогической литературе рассматриваются различные подходы к понятию «исследовательская деятельность».

Н. Г. Алексеев понимает под учебной исследовательской деятельностью - деятельность учащихся, связанную с поиском ответа на творческую, исследовательскую задачу с заранее неизвестным решением и предполагающую наличие основных этапов, характерных для исследования в научной сфере: постановку проблемы, изучение теории, посвященной данной проблематике, подбор методик исследований и практическое овладение ими, сбор собственного материала, его анализ и обобщение, собственные выводы [2].

В. А. Далингер определяет учебно-исследовательскую деятельность учащихся как учебную деятельность по приобретению практических и теоретических знаний с преимущественно самостоятельным применением научных методов познания, что является условием и средством развития у обучающихся творческих исследовательских умений; процесс решения поставленной проблемы на основе самостоятельного поиска теоретических знаний, предвиденье и прогнозирование как результатов решения, так и способов и процессов деятельности [13].

Е. И. Кассир определяет исследовательскую деятельность как один из методов обучения, в ходе которого у обучающихся формируются универсальные способы учебной деятельности, что дает импульс к саморазвитию, к самоанализу, целеполаганию, самоорганизации, самоконтролю и самооценке, а учебно-исследовательскую деятельность как форму организации учебно-воспитательной работы, которая связана с

решением учащимися творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным результатом в различных областях науки, техники, искусства и предполагающая наличие основных этапов, характерных для научного исследования [16].

А. В. Леонтович в своих работах дает следующее определение исследовательской деятельности учащихся: образовательная технология, использующая в качестве главного средства учебное исследование. Исследовательская деятельность предполагает выполнение учащимися учебных исследовательских задач с заранее неизвестным решением, направленных на создание представлений об объекте или явлении окружающего мира, под руководством специалиста – руководителя исследовательской работы [20].

А. С. Обухов определяет исследовательскую деятельность учащихся как творческий процесс совместной деятельности двух субъектов (учителя и ученика) по поиску решения неизвестного, в ходе которого осуществляется трансляция между ними культурных ценностей, результатом которой является формирование мировоззрения [21].

В работах В.М. Самохиной исследовательская деятельность описывается как деятельность, связанная с решением учащимися творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным решением и предполагающую наличие основных этапов, характерных для научного исследования [24].

Анализ работы Н. А. Семеновой показал, что учебная исследовательская деятельность – это специально организованная, познавательная творческая деятельность учащихся, связанная с решением обучающимися творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным по своей структуре соответствующая научной деятельности, характеризующаяся целенаправленностью, активностью, предметностью, мотивированностью и сознательностью, результатом которой является

формирование познавательных мотивов, исследовательских умений, субъективно новых для учащихся знаний или способов деятельности [26].

Е. Ю. Фролова в своих работах дает следующее определение исследовательской деятельности учащихся – это совокупность действий поискового характера, ведущая к открытию неизвестных для учащихся фактов, теоретических знаний и способов деятельности [29].

Проведем контент-анализ с целью выявления существенных признаков исследовательской деятельности (табл. 1).

*Таблица 1*

Контент-анализ определений понятия «исследовательская деятельность»

Ключевые слова	Н. Г. Алексеев	В. А. Далингер	Е. И. Кассир	А. В. Леонтович	А. С. Обухов	В.М. Самохина	Н. А. Семенова	Е. Ю. Фролова
Совместная деятельность двух субъектов				+	+			
Формирование новых знаний		+	+	+	+	+	+	+
Схожесть по структуре с научной деятельностью	+		+			+	+	
Творческий характер	+		+		+	+	+	
Развитие исследовательских умений		+	+				+	
Решение учащимися задачи с заранее неизвестным результатом	+	+	+	+	+			

Таким образом, анализ определений показал, что каждое из определений авторов, приведенных выше, различается по составу существенных признаков, но, тем не менее, можно выделить следующие характеристики, которые можно отнести ко всем определениям: специально организованная, познавательная, творческая деятельность, связанная с решением обучающимися творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным решением и предполагающая наличие основных этапов, характерных для научного исследования, результатом которой является формирование исследовательских умений и навыков, новых для учащихся знаний или способов деятельности.

Под исследовательской деятельностью будем понимать деятельность, содержащую вышеперечисленные черты.

В литературе выделяют два вида исследования: научное и учебное.

Научное исследование – это целенаправленное познание, результаты которого выступают в виде системы понятий, законов и теорий [10].

Учебное исследование [13] – вид познавательной деятельности учащихся, способствующий формированию следующих умений: добывать новые предметные знания, приемы и способы действий; самостоятельно организовывать поиск; достигать поставленных целей обучения; формировать мыслительные операции, такие как аналогия, классификация, обобщение и т.д.

Выделяют следующие признаки, характерные для учебного исследования [13]:

1) учебное исследование - это процесс поисковой познавательной деятельности (изучение, выявление, установление чего-либо и т.д.);

2) учебное исследование всегда направлено на получение новых знаний, то есть исследование всегда начинается с потребности узнать что-либо новое;

3) учебное исследование предполагает самостоятельность обучающихся при выполнении задания;



4) учебное исследование должно быть направлено на реализацию дидактических целей обучения.

Несмотря на то, что учебная исследовательская деятельность включает основные этапы, характерные для научного исследования, следует отметить, что учебное исследование отличается от научного исследования: целью научного исследования является производство новых знаний в общекультурном значении, а целью учебного исследования является приобретение учащимся функционального навыка исследования как универсального способа освоения действительности через повышение мотивации к учебной деятельности и активизацию личностной позиции учащегося в образовательном процессе, основой которых является приобретение субъективно новых знаний (т.е. самостоятельно получаемых знаний, являющихся новыми и личностно значимыми для конкретного учащегося) [2].

И. С. Якиманская в под целью исследовательской деятельности понимает приобретение обучающимся функционального навыка исследования как универсального способа освоения действительности, развитии способности к исследовательскому типу мышления, активизации личностной позиции обучающегося в образовательном процессе на основе приобретения субъективно новых знаний (т.е. самостоятельно получаемых знаний, являющихся новыми и личностно значимыми для конкретного обучающегося) [32].

Задачами учебного исследования являются[13]:

- 1) формирование интереса к познавательной, творческой, экспериментально-исследовательской деятельности;
- 2) создание условий для социального и профессионального самоопределения школьников;
- 3) совершенствование исследовательских умений школьников;
- 4) развитие творческих способностей и личностных качеств обучающихся, ориентация на дальнейшее продолжение образования в вузе.

Основные дидактические функции учебно-исследовательской деятельности: функция открытия новых знаний; функцию углубления изучаемых знаний; функция систематизации изученных знаний; функция развития обучающегося, превращение его из объекта обучения в субъект управления, формирование у него самостоятельности к самоуправлению; функция обучения обучающихся способам деятельности [13].

В зависимости от возраста обучающегося выделяют следующие функции исследовательской деятельности, [9]:

1) в дошкольном образовании и начальной школе – сохранение исследовательского поведения обучающихся как средства развития познавательного интереса и становление мотивации к учебной деятельности;

2) в основной школе – развитие у обучающихся способности занимать исследовательскую позицию, самостоятельно ставить и достигать цели в учебной деятельности на основе применения элементов исследовательской деятельности в рамках предметов учебного плана и системы дополнительного образования;

3) в старшей школе – развитие исследовательской компетентности и предпрофессиональных навыков как основы профильного обучения.

Учебная исследовательская деятельность включает основные этапы, характерные для научного исследования. Е. С. Волохова в [10] выделяет следующие этапы научного исследования: выбор темы исследования, определение объекта и предмета исследования, определение цели и задач, формулировка названия работы, разработка гипотезы, составление плана исследования, работа с литературой, выбор методов исследования, организация условий проведения исследования, проведение исследования (сбор материала), обработка результатов исследования, формулирование выводов, оформление работы.

Согласно ФГОС основного общего образования, содержание исследовательской деятельности предполагает умение обучающихся находить источник необходимой информации; приобретение опыта в

выявлении проблем исследования; обозначение личного отношения к объекту и результатам исследования, включающее рефлексивное мышление, эмоционально-нравственную оценку своей деятельности.

Для достижения успехов в осуществлении учебно-исследовательской деятельности обучающихся необходимо сформировать следующие умения[28]:

- 1) выявлять проблему исследования и обозначать ее актуальность;
- 2) формулировать гипотезу исследования и раскрывать ее замысел;
- 3) планировать исследовательскую работу;
- 4) вести исследование, при этом обязательно поэтапно контролировать его и корректировать результаты работы;
- 5) подводить итоги работы как конечного продукта;
- 6) представлять результаты исследования заинтересованной публике для обсуждения и возможного использования на практике.

В. А. Далингер в [12] выделил необходимые факторы, способствующие формированию учебно-исследовательской деятельности обучающихся: личностно ориентированный подход к обучению; ориентация на продуктивное достижение результата; проблемное обучение как инструмент развития опыта творческой деятельности; оптимальное сочетание логических и эвристических методов решения задач; креативная организация учебного процесса, максимальное насыщение его творческими ситуациями; создание ситуации совместной поисковой деятельности; детализация учебного процесса; создание психологической атмосферы, оптимальных условий для творческой деятельности.

На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что учебная исследовательская деятельность в условиях современного образования является эффективным способом формирования у обучающихся личностных, предметных и метапредметных результатов обучения, а также развития исследовательских навыков и умений, творческих способностей.

## **1.2 Особенности организации исследовательской деятельности обучающихся в процессе обучения математике**

Включение исследовательской деятельности или отдельных ее элементов в процесс обучения способствует развитию у обучающихся исследовательского потенциала. Эффективность организации учебных исследований обеспечивается созданием условий, способствующим возникновению у учащихся познавательной потребности в приобретении знаний, в овладении способами их использования. Необходимо учитывать исходный исследовательский потенциал учащихся, стимулировать положительную мотивацию учащихся на участие в исследовательской деятельности, формировать недостаточно развитые умения посредством организации соответствующих этапов учебно-исследовательской деятельности, проводить целостные учебные исследования.

Роль учителя в организации учебно-исследовательской деятельности заключается в том, что он должен уметь организовать эту деятельность и владеть всеми методами научного исследования.

Перед проведением учебного исследования необходимо определить содержание исследования, выбрать место проведения, продолжительность и состав участников.

По содержанию выделяются [15]:

1) экспериментальные и теоретические исследования - проведение учащимися собственных наблюдений и экспериментов;

2) монопредметные исследования, в которых учащиеся ограничиваются рамками одного учебного предмета и направлены на его изучение;

межпредметные исследования, которые требуют привлечения для решения проблемы знаний из различных предметов;

надпредметные исследования, которые выходят за рамки предметов учебного плана общеобразовательного учреждения.

При проведении надпредметного исследования необходимо, чтобы обучающийся был заинтересован в этом и самостоятельно выбрал тему, в противном случае возможно отсутствие должного образовательного эффекта. При этом учитель должен знать интересы и склонности обучающегося в случае необходимости предложения обучающимся альтернатив, в основе которых стоят интересы обучающихся.

По месту проведения выделяют урочные и внеурочные исследования [15].

Урочные исследования проводятся на уроках и факультативных занятиях. Уроки математики могут включать как отдельные элементы учебных исследований, так и целостные исследования. При этом могут проводиться нетрадиционные уроки: урок-исследование, урок-творческий отчёт, урок-защита выполненного исследования и др. Учащимся могут предлагаться домашние задания исследовательского характера.

Исследовательская деятельность может быть организована на всех этапах процесса обучения математики: при объяснении нового материала, закреплении, повторении, контроле знаний, умений, навыков.

На уроке с элементами исследования обучающиеся отрабатывают отдельные элементы, учебные приемы, формирующие навыки исследовательской деятельности обучающихся. Классификация уроков по содержанию элементов исследовательской деятельности: уроки по выбору темы или метода исследования, по выработке умения формулировать цели исследования, уроки с проведением эксперимента, работа с источниками информации, заслушивание сообщений, защита рефератов и т. д.

Внеурочные исследования по математике предполагают выполнение домашних заданий исследовательского характера, а также написание исследовательских работ.

По продолжительности исследования могут быть краткосрочными, составляющими урок или его часть, среднесрочными, работа над которыми

осуществляется несколько дней или недель и долговременными, продолжительность которых составляет месяцы или годы [15].

По составу участников выделяют индивидуальные, групповые и коллективные исследования [15].

Для индивидуального исследования можно выбрать тему «Интересные и быстрые способы и приемы вычислений» и предложить обучающимся провести поиск таких способов и приемов, провести их сравнительный анализ по ряду признаков.

При организации работы в коллективной форме осуществляется дифференциация деятельности. В ней сочетаются элементы частного, общего, репродуктивной и продуктивной деятельности. В процессе работы оказывается и индивидуальная помощь.

При проведении исследования в коллективной форме можно выбрать тему «Замечательные числа» («замечательное» число – наименьшее среди натуральных чисел с такой же суммой цифр) и предложить обучающимся найти такие числа, найти самое большое двузначное «замечательное» число. В ходе работы над данной темой учащиеся делят между собой числа, то есть будет осуществлена дифференциация деятельности, а затем полученные результаты объединят в единое целое.

При проведении исследования в групповой форме обучающиеся должны быть объединены в группу:

- 1) с одинаковым уровнем развития исследовательского опыта;
- 2) с различным уровнем исследовательского опыта.

Необходимо применять следующие варианты осуществления деятельности обучающихся в группе:

- 1) каждый обучающийся выполняет свою часть одной работы независимо друг от друга;
- 2) выполнение работы осуществляется последовательно каждым обучающимся;

3) выполнение работы осуществляется при одновременном взаимодействии обучающегося с другими членами группы.

В качестве темы исследовательской работы для групповой формы проведения исследования можно выбрать тему «Антипростые числа», и, в соответствии с уровнем знаний и уровнем развития исследовательского опыта, распределить части исследовательской работы между группами следующим образом: понятие антипростых чисел, свойства антипростых чисел, способы решения задач, связанных с антипростыми числами, составление системы задач по теме «Антипростые числа».

Учебно-исследовательская деятельность обучающихся в процессе обучения математике может быть организована при выявлении существенных свойств понятий или отношений между ними; установлении связей данного понятия с другими; ознакомлении с фактом, отраженном в формулировке теоремы, в доказательстве теоремы; обобщении теоремы; составлении обратной теоремы и проверке ее истинности; выделении частных случаев некоторого факта в математике; обобщении различных вопросов; классификации математических объектов, отношений между ними, основных фактов данного раздела математики; решении задач различными способами; составлении новых задач, вытекающих из решения данных; построении контрпримеров [12].

Учебное исследование должно содержать этапы, характерные для научных исследований [29]:

- 1) мотивация;
- 2) этап формулирования проблемы;
- 3) сбор фактического материала;
- 4) систематизацию и анализ полученного материала;
- 5) выдвижение гипотез;
- 6) проверка гипотез;
- 7) доказательство истинности гипотез.

Каждый этап исследования обучающегося должен идти параллельно с его рефлексией для того, чтобы обучающийся видел схему организации собственной исследовательской деятельности, конструировал её в соответствии со своими целями, осознал и усваивал способы её проведения.

Проведение учебного исследования на основе вышеперечисленных этапов познавательной деятельности способствует формированию исследовательских умений, а также исследовательского стиля мышления.

При проведении исследования учитель должен определить уровень владения исследовательскими процедурами обучающихся, который определяет степень самостоятельности обучающегося. Уровни самостоятельности в исполнении исследовательских процедур представлены ниже (табл. 2).

*Таблица 2*

**Уровни самостоятельности обучающихся при выполнении учебного исследования**

Уровень самостоятельности	Постановка проблемы	Формулирование цели	Выдвижение гипотезы	Составление плана	Проведение работы	Интерпретация результатов
Нулевой уровень	Дается обучающимся в готовом виде	Дается обучающимся в готовом виде	Не указывает	Дается обучающимся в готовом виде	Самостоятельно	Определяют то, что уже известно
Первый уровень	Дается обучающимся в готовом виде	Дается обучающимся в готовом виде	Дается обучающимся в готовом виде	Дается обучающимся в готовом виде	Самостоятельно	Самостоятельно
Второй уровень	Дается обучающимся в готовом виде	Дается обучающимся в готовом виде	Дается обучающимся в готовом виде	Самостоятельно	Самостоятельно	Самостоятельно



	виде	виде	виде			
Третий уровень	Дается обучающимся в готовом виде	Самостоятельно	Самостоятельно	Самостоятельно	Самостоятельно	Самостоятельно
Четвертый уровень	Самостоятельно	Самостоятельно	Самостоятельно	Самостоятельно	Самостоятельно	Самостоятельно

Помимо получения результатов исследования, проведение учебно-исследовательской деятельности должно обеспечивать формирование и развитие у обучающихся творческого мышления, исследовательских способностей и умений.

Исследовательские умения - это система интеллектуальных, практических умений и навыков учебного труда, необходимого для самостоятельного исследования или его части.

О. В. Берсенева [6], обобщив авторские подходы к определению содержания исследовательских умений, дифференцирует их на четыре группы:

1) операционные исследовательские умения школьников: определять объект и предмет исследования; формулировать проблему исследования; определять методы исследования, в соответствии целями, объектом и предметом исследования; формулировать, опровергать/доказывать гипотезу; получать, обрабатывать информацию; осуществлять теоретический и практический эксперимент; применять научные методы познания; применять метод моделирования, исследовать модель, интерпретировать результаты исследования модели;

2) организационные исследовательские умения школьников: формулировать цели собственной деятельности; составлять план собственной деятельности; выбирать формы, методы представления и обоснования результата деятельности; прогнозировать результат деятельности;

3) коммуникативные исследовательские умения школьников: аргументировать свою точку зрения при участии в дискуссии; формулировать вопросы; осуществлять диалог на основе правил деловой, научной беседы; быть членом группы, выполнять ролевые функции;

4) рефлексивные исследовательские умения школьников: оценивать собственные промежуточные действия; осуществлять коррекцию собственной деятельности; оценивать результат собственной деятельности; осуществлять самоконтроль, взаимоконтроль; осуществлять рефлексия.

Формирование исследовательских умений необходимо реализовать через решение исследовательских задач или через дополнительную работу над задачей, используя традиционные технологии в сочетании с информационными, уделяя последним больше внимания, когда они имеют преимущества.

Исследовательская задача – это объект мыслительной деятельности, в котором в диалектическом единстве представлены составные элементы: предмет, условие и требование получения некоторого познавательного результата при раскрытии отношений между известными и неизвестными элементами задачи [13].

Исследовательскими задачами на уроках математики могут быть задачи, направленные на установление сходства и соответствия, оперирование понятиями «все», «некоторые», «отдельные», развитие смекалки и логики, активный перебор вариантов отношений, установление временных, пространственных и функциональных отношений на определение множеств, заполнение таблиц, определение истинности и ложности высказывания. Так же в качестве исследовательских задач могут выступать магические квадраты, треугольники и задачи, решение которых осуществляется с помощью «дерева вариантов».

Рассмотрим примеры таких задач.

1. Задача на установление соответствия:

Установить соответствие между уравнением и его видом:

Вид уравнения:

- 1) приведенное квадратное уравнение;
- 2) неприведенное квадратное уравнение;
- 3) неполное квадратное уравнение.

Уравнения:

- 1)  $x^2 + 2x + 1 = 0$ ;
- 2)  $x^2 - 1 = 0$ ;
- 3)  $x^2 - 25x + 4 = 0$ ;
- 4)  $9x^2 - 10x - 11 = 0$ ;
- 5)  $16x^2 + 8x = 0$ ;
- 6)  $6x^2 + 2x + 17 = 0$ .

Комментарий. В процессе решения данной задачи обучающийся вспоминает отличительные признаки каждого из данных видов уравнений, проводит анализ компонент каждого уравнения и на основании этого устанавливает соответствие.

## 2. Задача на установление сходства:

Выделить общие черты прямоугольника и квадрата.

Комментарий. Для решения данной задачи обучающийся должен выделить все свойства, признаки и формулы связанные с каждой из фигур, а затем выбрать те, которые совпадают.

## 3. Задачи на развитие логики и смекалки:

1) В мешке лежат 34 белых и 38 черных перчаток. Перчатки достают из мешка парами. Если из мешка достают пару перчаток одного цвета, то в мешок кладут 1 черную перчатку, если достают пару перчаток разного цвета, то в мешок кладут белую перчатку. Какого цвета окажется перчатка, которая останется в мешке последней.

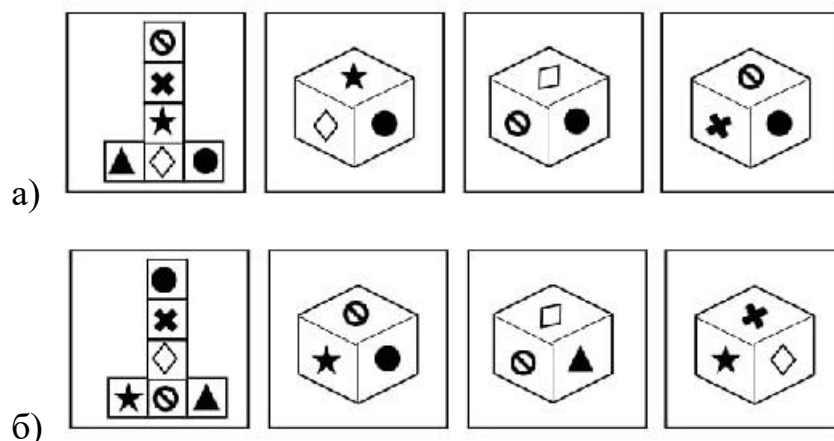
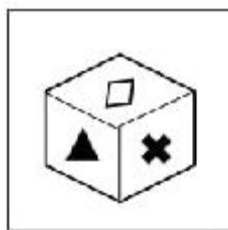
Комментарий. Данная задача направлена на выявление всевозможных вариантов изменения количества перчаток в зависимости от цвета взятой перчатки, а затем на получение ответа путем логических рассуждений.

2) 6 рыбаков съели 6 карпов за 6 дней. За сколько дней 18 рыбаков съедят 18 карпов?

Комментарий. Для обучающихся данная задача покажется простой, и они сразу назовут ответ «18», но только при проявлении смекалки обучающиеся назовут правильный ответ.

4. Задача на установление пространственных отношений:

Какая из разверток (а, б) является разверткой куба?



Комментарий. В процессе решения данной задачи обучающиеся будут рассматривать каждую развертку, представлять ее в «собранном» виде для определения граней с общим ребром, соотносить ее с исходной фигурой. Таким образом, они исследуют эти развертки и определяют верный ответ

5. Задача, решение которой производится с помощью древа вариантов:

Задача: Сколько различных четырехзначных чисел можно получить из цифр 6, 9, 5, 0, если при записи числа не могут стоять рядом 2 одинаковые цифры?

Комментарий. Данную задачу обучающиеся смогут решить только с помощью древа вариантов, так как в школьном курсе математике не

изучаются все формулы для решения комбинаторных задач. Для того чтобы решить эту задачу, обучающиеся должны будут выбрать числа которые могут стоять на разряде тысяч, далее перебрать все возможные варианты последовательности чисел, а затем посчитать получившееся количество вариантов.

В современной системе методов обучения формированию учебно-исследовательской деятельности способствуют проблемный, частично-поисковый, исследовательский методы, метод проектов.

Рассмотрим более подробно применение исследовательского метода на уроке математики. Исследовательский метод предполагает включение в процесс обучения учебных элементов, представленных в таблице 3.

*Таблица 3*

Пример использования исследовательского метода в процессе изучения темы  
«Логарифмы»

Учебный элемент	Характеристика	Пример
Ситуация успеха	Для организации ситуации успеха необходимо использовать задачи, которые обучающиеся смогут решить, опираясь на сформированные умения.	Найти корень уравнений: 1. $2^x + 1 = 9$ ; 2. $2^x * 5^x = 1000$ ; 3. $15^x : 3^x = 125$ ; 4. $3^x = 1$ . В процессе решения задачи у обучающихся не возникает вопросов и они находят корень уравнения.
Ситуация затруднения (ощущения проблемы)	Для организации ситуации затруднения необходимо использовать задачи, похожие на предыдущие, но которые обучающиеся не смогут решить, так как у них еще не сформированы знания по этой теме.	Найти корень уравнений: 1. $2^x = 17$ ; 2. $8^x = 11$ ; 3. $3^x = 9$ . В представленной задаче у обучающихся возникнут трудности, так как у них не сформировано определение понятия логарифм.
Постановка учебной проблемы	Обучающиеся выделяют проблему и определяют гипотезу о возможных решениях проблемы.	Обучающиеся выделяют проблему: отсутствие теоретических знаний по множеству чисел, которые являются корнями представленных выше

		уравнений. Гипотеза о возможных путях решения задачи – прочитать материал соответствующего параграфа, найти определение понятия и рассмотреть примеры решения подобных задач.
Решение учебной проблемы	При выдвижении нескольких путей решения проблемы, для оптимизации и эффективного использования времени урока возможна организация групповой исследовательской деятельности.	

Метод учебно-исследовательской деятельности универсален по отношению к предметному содержанию и эффективен, поскольку стимулирует практическую проектную деятельность обучающихся, позволяя формировать весь набор компетенций; позволяет наименее ресурсозатратным способом создать «естественную среду», т.е. условия деятельности, максимально приближенные к реальным) для формирования ключевых компетенций [9].

Таким образом, учебные исследования должны:

1) развивать исследовательские умения и навыки, воспитать осознанное отношения к своему опыту, формировать черты творческой деятельности и познавательного интереса к различным аспектам математики, т.е. выполнять развивающую функцию;

2) формировать широту кругозора и являться стимулом познавательного интереса, способствовать воспитанию научного мировоззрения, т.е. помогать достижению познавательного отношения к действительности, выполняя, таким образом, воспитывающую функцию;

3) осуществлять контроль знаний основных разделов школьной математики и способствовать овладению определенными методами решений, формировать уровень логического мышления и т.п.

Учитель, как организатор исследовательской деятельности, должен принимать во внимание вышеизложенные особенности проведения учебных исследований.

## **ГЛАВА 2. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6-Х КЛАССОВ**

### **2.1 Характеристика познавательной сферы обучающихся 5-6-х классов**

При организации учебно-исследовательской деятельности педагог должен учитывать особенности познавательной сферы обучающихся, с которыми предполагается проведение исследования.

Обучающимся 5-6-х классов соответствует возраст 11-13 лет, который, согласно возрастной периодизации Д. Б. Эльконина [30], относится к подростковому. Ведущей деятельностью подростков становится общение со сверстниками, они начинают сравнивать себя с ними, тем самым формируется самооценка. Дети в этом возрасте стремятся быть частью коллектива, получать его поддержку.

Учебная деятельность при переходе от начальной к основной общей ступени образования начинает приобретать черты деятельности по саморазвитию и самообразованию. У обучающихся 5-6-х классов начинают закладываться основы теоретического, формального, рефлексивного мышления, что выражается в появлении у подростков способности рассуждать гипотетико-дедуктивным способом, т.е. на основе общих посылок, рассуждения приобретают абстрактно-логические черты, т.е. не опираются на действия с конкретными примерами. У обучающихся 5-6-х классов начинает формироваться умение построения предположений и их проверки, т.е. умение оперировать гипотезами. С другой стороны, для мышления подростков становится характерно становление осознания собственных интеллектуальных операций и управление ими [3].

У обучающихся 5-6-х классов ослабевает эгоцентризм мышления, что способствует возникновению обратимости мышления, позволяющей менять направление своей мысли и мысленно возвращаться к исходным данным.

Согласно концепции Пиаже [22], в возрасте 11-12 лет у ребенка начинает ослабевать конкретная привязанность к объектам и предметам, и к



окончанию подросткового возраста ребенок уже рассматривает мир с точки зрения того как его можно изменить.

В подростковом возрасте наблюдается прогрессивный рост интеллектуального развития подростков, в интервале 11-12 лет развиваются вербальные показатели, такие как умение проводить аналогии, умение обобщать. В интервале 12-13 лет отмечаются наиболее высокие темпы интеллектуального развития, в особенности таких показателей как умение обобщать и комбинаторных способностей, этот интервал В. А. Аверин [1] и Ж. А. Балакшина [4] определяют как сенситивный период интеллектуального развития, согласно которому происходит прирост большинства интеллектуальных показателей учащихся по методике Р. Амтхауэра. По данным О.А. Беляевой [5], пик в развитии творческих компонентов мышления подростка, таких как гибкость и оригинальность, приходится также на интервал 12-13 лет. Интеллектуальное развитие способствует также развитию воображения, как считает Л.С. Выготский, игра ребенка перерастает в фантазию подростка.

В условиях основного общего образования происходит интеллектуализация восприятия и памяти, что связано с усложняющимся обучением, по сравнению с обучением на начальной ступени образования. Развитию восприятия способствуют и уроки математики, при изучении геометрического раздела. Развитию памяти способствует усложнение и значительное увеличение изучаемого материала, что приводит к отказу от дословного заучивания.

Согласно исследованиям И. В. Клещевой [17] [18] для учащихся 5-6-х классов характерно доминирование внешней мотивации над внутренней, недостаточно развиты перцептивные (устойчивость внимания, длительная восприимчивость) и характерологические (усидчивость, настойчивость, работоспособность) качества, доказать гипотезу в этом возрасте учащиеся еще не могут, так как недостаточно развито логическое мышление. Для детей

рассматриваемого возраста также характерно стремление быстрее увидеть результаты своей работы.

Согласно теории поколений Н. Хоува и В. Штрауса [25] современные подростки относятся к поколению Z, т.е. к поколению, родившемуся после 2000 года. Познавательная сфера детей, развитие и социализация которых проходит в условиях глобального распространения цифровых технологий, имеет свои особенности, отличающиеся от особенностей подростков других поколений.

У подростков цифрового поколения кратковременная память преобладает над долговременной памятью, у них нет необходимости запоминать информацию, так как в любое время могут ее найти. Для запоминания информации необходима многократность ее повторения, связанность с уже имеющимися знаниями, визуальная представленность.

Низкая развитость словесно-логического мышления связана с использованием невербальных способов общения, другие формы передачи информации развиваются слабо. Наиболее развито наглядно-образное мышление, что связано с постоянным использованием цифровых средств, в которых информация представлена наглядно. Мышление современных подростков может охарактеризовать термин «клиповое мышление» - отображение разнообразия информации в виде физических и виртуальных объектов без учета их связности, характеризующееся алогичностью, временной и пространственной рассинхронизацией, высокой скоростью подачи фрагментов, отсутствием логики в построении ряда образов [27], что обуславливает поверхностный подход к анализу информации и принятию решений.

Внимание обучающихся неустойчиво, им трудно сконцентрироваться на чем-то одном, но они быстро могут переключиться с одного вида деятельности на другой, что связано с их многозадачностью.

Свободный доступ к информации интернета и СМИ расширяет кругозор современных детей, у них высокий уровень восприятия, развито

конструктивное мышление, компьютерная графика способствует развитию зрительно-двигательных рефлексов,

Подростки самостоятельному решению задач предпочитают использование специализированных компьютерных программ, у них отмечается слаборазвитое умение устного счета, умение ориентироваться в условиях задачи. Так же слабо развиты умения обобщать, выделять существенные признаки, словарный запас.

По сравнению с предыдущими поколениями, эти дети менее общительны, они погружены в себя, у них развита фантазия и воображение.

Таким образом, проведенный анализ познавательной сферы обучающихся 5-6 классов позволяет выделить следующие особенности:

- 1) доминирование внешней мотивации;
- 2) неустойчивое внимание;
- 3) преобладание кратковременной памяти;
- 4) доминирование наглядно-образного мышления;
- 5) клиповое мышление;
- 6) конструктивное мышление;
- 7) развитое воображение;
- 8) развитое восприятие;
- 9) быстрое переключение с одного вида деятельности на другой.

Учет этих особенностей при организации исследовательской деятельности способствует грамотному построению учебного процесса, успешному прохождению обучающимися всех этапов исследования, формированию опыта самостоятельной исследовательской деятельности в процессе освоения образовательной программы.

## **2.2 Требования к организации исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов в процессе обучения математике**

На основе результатов анализа особенностей познавательной сферы обучающихся и общих требований, выделенных в главе 1, сформулируем требования к организации исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов в процессе обучения математике.

Одной из форм приобщения обучающихся к учебно-исследовательской деятельности является проведение исследований на уроках математики.

Перечислим требования к проведению исследований:

1. Учебные исследования должны быть построены с учетом принципа целостности, т. е. обладать свойством структурной полноты.
2. Каждый компонент учебного исследования должен соответствовать конкретной дидактической цели формирования определенного приема индивидуальной учебно-исследовательской деятельности.
3. Учебные исследования должны способствовать формированию и развитию исследовательских умений учащихся.
4. Учебные исследования должны соответствовать содержанию программного материала и учебным возможностям обучающихся.
5. Содержание учебных исследований должно иметь положительную мотивацию.

В процессе проведения исследования важно, заинтересовать обучающихся процессом и результатом исследования. Учителю необходимо учитывать, что у обучающихся доминирует внешняя мотивация, следовательно, для включения подростков в исследовательскую деятельность можно использовать:

- конкурсные, соревновательные формы проведения исследований;
- групповые формы проведения исследований. Групповая форма проведения исследования мотивирует обучающихся тем, что результат исследования будет зависеть от каждого. Не выполняя работу, подросток

может столкнуться с критикой со стороны группы, а для него важно уважение со стороны сверстников. Преимуществом такой формы является то, что в процессе исследования будут развиваться коммуникативные умения, речь, что важно для подростков, предпочитающих невербальные формы общения.

У обучающихся 5-6-х классов недостаточно развиты устойчивость внимания, длительная восприимчивость, усидчивость, настойчивость, работоспособность, исходя из этого, учебные исследования не должны занимать много времени, но должны сочетать в себе различные виды деятельности.

О. Б. Епишева [14] выделяет следующие этапы проведения учебного исследования.

1. Организация условий для возникновения проблемной ситуации или создание проблемной ситуации.
2. Определение проблемы и ее формулировка.
3. Поиск путей решения проблемы, выделение частных проблем.
4. Выдвижение различных гипотез, коллективное и индивидуальное решение проблемы, проверка его правильности и исправление ошибок.

Рассмотрим каждый этап в отдельности и выдвинем требования для каждого из этапов.

1. Организация условий для возникновения проблемной ситуации или создание проблемной ситуации.

Создание проблемной ситуации заключается в постановке задачи, решение которой предполагает проведения исследования. При этом обучающиеся должны осознать значимость задачи для проведения исследования. Для создания проблемных ситуаций выделим следующие приемы.

- 1) использование жизненных явлений, фактов, их анализ с целью теоретического объяснения. Данный прием заключается в обсуждении с обучающимися жизненной ситуации, понимание которой возможно только

при проведении исследования. Преимуществом этого приема при проведении исследования будет то, что обучающиеся увидят применимость получаемых знаний.

2) использование с одной и той же целью задачи межпредметного, прикладного профессионального и тому подобного характера;

3) использование исторического или занимательного материала (фактов биографии математиков, математических фокусов, занимательных задач);

4) исследовательские задания, цель которых - обнаружить некоторые закономерности, требующие теоретического обоснования;

5) организация практической работы исследовательского характера, в ходе которой обучающиеся приходят к эмпирическим выводам, требующим теоретического обоснования. Например, учебное исследование по поиску свойства диагоналей прямоугольника можно организовывать в виде экспериментальной работы, моделирующей этапы учебно-исследовательской деятельности и нацеленной на поиск этого свойства:

- постройте произвольный прямоугольник;
- измерьте его диагонали, сравните их;
- выясните, можно ли построить прямоугольник с неравными диагоналями;
- сформулируйте гипотезу о свойстве диагоналей прямоугольника.

## 2. Определение проблемы и ее формулировка.

Постановка учебной проблемы предполагает анализ проблемной ситуации, осознание сущности затруднения, словесную формулировку проблемы. Определить проблему должен сам обучающийся, возможно, с подсказками учителя.

На этом этапе важно, чтобы обучающиеся осознавали проблему, для этого необходимо не только ее проговорить, но и записать, так как у обучающихся 5-6-х классов доминирует наглядно-образное мышление.

## 3. Поиск путей решения проблемы, выделение частных проблем.

Поиск путей решения проблемы предполагает составление плана действий обучающимися. Так как обучающиеся 5-6-х классов только начинают овладевать основами исследовательской деятельности, то учителю необходимо направлять обучающихся, тогда на данном этапе учитель должен дать обучающимся задание – записать план действий для решения проблемы.

4. Выдвижение различных гипотез, коллективное и индивидуальное решение проблемы, проверка его правильности и исправление ошибок.

Решение проблемы подразумевает выполнение плана, построенного на предыдущем этапе.

Развитое восприятие обуславливает возможность проведения таких исследований, в ходе выполнения которых обучающиеся будут анализировать объекты, упорядочивать их по различным признакам, классифицировать объекты на основании одного или нескольких свойств. Например, для организации учебного исследования можно использовать следующее задание, в котором не указано по какому признаку объединять объекты и не указано количество групп, в которые можно объединить перечисленные объекты.

Задание. Из перечисленных объектов выделите те, которые можно объединить в группу, дайте группе название: длина, квадрат, объем, скорость, ширина, куб, окружность, параллелепипед, время, площадь, прямоугольник, круг, периметр, высота, расстояние. Выделите несколько таких групп.

Предполагается, что обучающимися будет выдвинута следующая проблема: «Определить, по каким признакам можно объединить данные объекты в различные группы». В результате поиска путей решения проблемы может быть составлен план: определить, чем является каждый из объектов, объединить в группы те объекты, которые имеют одинаковые назначения. Обучающиеся, определяя назначение каждого объекта, выдвигают гипотезу – один и тот же объект может принадлежать сразу нескольким группам. В

результате анализа данных объектов и их классификации могут быть выделены группы:

- величины, входящие в формулу пути - скорость, время, расстояние;
- геометрические фигуры – квадрат, прямоугольник, круг, окружность, куб, параллелепипед;
- названия сторон прямоугольника – длина, ширина;
- названия сторон куба – длина, ширина, высота;
- числовые характеристики, связанные с фигурами - объем, площадь, периметр, длина.

Переход от механического запоминания к смысловому у обучающихся обуславливает включение в исследования таких заданий, в ходе решения которых они будут самостоятельно анализировать объекты с целью установления связей между ними.

Для самостоятельного выдвижения обучающимися гипотез должно быть сформировано соответствующее умение. Например, для развития умения выдвигать гипотезы может быть использовано следующее задание.

Задание. Определите, по какому принципу составлен числовой ряд, продолжите его:

- a) 2, 4, 6, 8, 10;
- b) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17;
- c) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55;
- d) 1, 4, 9, 16, 25, 36.

В 5-6-х классах обучающиеся не могут самостоятельно доказывать гипотезы, для доказательства отсутствует математическая база и недостаточно развито логическое мышление. Учитель должен приводить доказательства гипотез или предлагать обучающимся обратиться к литературе.

Для детей рассматриваемого возраста также характерно стремление быстрее увидеть результаты своей работы, поэтому в их исследовании важно



приближать результат деятельности к цели. Необходимо подбирать задания, выполнение которых требует моделирования и конструирования.

В предыдущей главе было выяснено, что исследования могут проводиться на любом этапе процесса изучения математики, например, в процессе закрепления и систематизации знаний. Тогда, на этапе создания проблемной ситуации целесообразнее организовывать практическую работу исследовательского характера. В процессе исследования должны применяться графики, сводные таблицы, алгоритмы, инографические материалы, дающее наиболее общее и детализированное представление обо всей теме. Исследование с вышеперечисленными материалами должно проводиться поэтапно, для того чтобы обучающиеся могли устанавливать взаимосвязи между отдельными компонентами, сравнивать и сопоставлять их. В процессе исследования учащиеся проводят такие мыслительные операции как анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование, конкретизация, классификация, систематизация изученного материала.

В настоящее время все чаще возникает необходимость проведения уроков с применением дистанционных образовательных технологий. Под дистанционными образовательными технологиями понимаются образовательные технологии, реализуемые в основном с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) взаимодействии обучающихся и педагогических работников [23]. Организация исследовательской деятельности в условиях дистанционного обучения имеет свою специфику и требования.

Перенос традиционных педагогических технологий в дистанционное обучение нерезультативен, в образовательный процесс необходимо включать современные технологии, например, технологии мобильного обучения, интернет-технологии, кейс-технологии.

Для формирования каких-либо умений в процессе обучения математике в условиях дистанционного обучения необходимо группировать обучающихся, количество человек в группе не должно превышать 3-5, состав

группы должен включать как сильных, так и слабых обучающихся. В каждой группе обучающиеся должны сами распределить роли в проведении исследования. Построенная таким образом деятельность позволяет развивать коммуникативные умения обучающихся.

Проанализировав виды дистанционных занятий, описанных А. В. Хуторским [30], были выделены следующие виды занятий, которые могут быть использованы при проведении учебных исследований.

1. Индивидуальное занятие-консультация.
2. Веб-занятие. Например, конференции в виде веб-форума, практикумы, лабораторные работы и другие.
3. Самоподготовка. Обучающиеся самостоятельно осуществляют поиск необходимой информации в сети Интернет или в других источниках, в том числе электронных, в процессе выполнения исследования.

Перед проведением исследования учителю необходимо провести диагностику уровня готовности обучающихся к применению электронного обучения, определяющегося наличием технических средств, таких как компьютер (смартфон), веб-камера, микрофон, наличие доступа в интернет. Также необходимо учитывать, что непрерывная длительность занятий с применением компьютера не должна превышать 15-20 минут. Так же учитель должен подготовить все необходимые материалы, которые будут использоваться в исследовании.

Рассмотрим основные средства организации исследовательской деятельности. Для включения данных средств в исследование необходимо убедиться в том, что обучающиеся владеют ими.

1. Видеоконференция. Использование данного средства обеспечивает возможность коммуникации как между учителем и обучающимися, так и между обучающимися, например, при проведении групповых исследований. Примеры: Zoom, Skype.

2. Облачные хранилища. Обеспечивают возможность общего доступа к различным документам, необходимого для контроля выполнения

исследований со стороны учителя и для проведения групповых и коллективных исследований. Примеры: Google Диск, Яндекс.Диск.

3. Ментальные карты. Средство обучения, которое обеспечивает возможность изображения процесса общего системного мышления с помощью схем, используются для создания, визуализации, структуризации и классификации знаний. Использование метода интеллект-карт имеет ряд преимуществ: формирование и развитие коммуникативных умений в процессе группового составления, улучшение всех видов памяти обучающихся, формирование и развитие умений, связанных с восприятием, переработкой и обменом информации [11]. Могут использоваться учителем при организации учебно-исследовательской деятельности, обучающимися на этапах планирования исследования, решения проблемы, представления результатов исследования. Примеры: Mindomo, Mapmyself, Spinscape, Mind42.

4. Программы, позволяющие осуществлять планирование, организацию, оценивание результатов и управление совместной деятельностью обучающихся при проведении групповых исследований. Примеры: Smartsheet, Trello.

5. Google Classroom. Веб-сервис, позволяющий создавать онлайн-курсы.

Также могут использоваться и другие средства, однако необходимо учитывать, что обучающиеся 5-6-х классов обладают неустойчивым вниманием, и применение большого количества средств будет отвлекать их.

Результаты каждого этапа необходимо фиксировать в документах, что особенно важно для проведения комплекса занятий, так как обучающиеся могут забыть, что они делали на предыдущем занятии.

Таким образом, при организации исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов в процессе обучения математике необходимо учитывать вышеперечисленные требования, что приведет к успешному выполнению исследования.

## 2.3 Комплекс занятий, направленных на организацию исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов

Представим комплекс занятий, направленных на организацию исследовательской деятельности обучающихся 6-х классов в процессе обучения математике с учетом выделенных в предыдущем пункте положений. Данное исследование направлено на обобщение и систематизацию знаний по решению текстовых задач на проценты.

***Организация исследовательской деятельности на уроках в общеобразовательном учреждении.***

Обучающихся разделяют на 5 групп, по 5-6 человек в каждой группе.

1. Организация условий для возникновения проблемной ситуации или создание проблемной ситуации.

На этом этапе каждой группе выдается карточка с текстовыми задачами на проценты, представленная в приложении 1, состоящая из двух частей. Первая часть состоит из восьми задач о трех числах, вторая часть состоит из шестнадцати задач на нахождение цены, расстояния. Задачи в каждой части можно разделить на группы по принципу того, что известно и что необходимо найти.

*Задание 1.* Проанализируйте задачи из первой и второй части, выделите в каждой задаче то, что известно, и то, что необходимо найти, заполните таблицы (таблица 4, таблица 5).

*Таблица 4*

Шапка таблицы для задач первой части

№	Пример задания	Решение	Алгоритм

*Таблица 5*

Шапка таблицы для задач второй части

№	Исходная величина а, число	Изменение 1		Результат после 1 изменения, d, число	Изменение 2		Результат после 2 изменения, h, число	Алгоритм
		b,	c,		e,	f,		

		%	числ о		%	числ о		

## 2. Определение проблемы и ее формулировка.

Обучающиеся определяют проблему «Заполнить таблицы».

## 3. Поиск путей решения проблемы, выделение частных проблем.

Данный этап предполагает, что обучающиеся составляют план своих действий для каждой части задач. Для этого учитель дает обучающимся второе задание.

*Задание 2.* Составьте план своих действий для решения проблемы и запишите его.

Обучающиеся записывают план действий, приблизительный план представлен ниже.

План действий для заполнения первой таблицы: решить задачи, записать алгоритм.

План действий для заполнения второй таблицы: выделить в каждой задаче известные величины и что необходимо найти, занести выделенные компоненты в таблицу, решить задачи, составить алгоритм решения задач.

## 4. Решение проблемы, выдвижение различных гипотез, проверка его правильности и исправление ошибок.

В ходе решения задач обучающиеся обнаруживают, что у определенных задач одинаковый принцип решения, различаются лишь числовые характеристики, и выдвигают гипотезу, что задачи можно объединить в группы и составить алгоритм решения для каждой группы задач.

Далее обучающиеся группируют задачи, в первой части выделяют 4 группы задач, во второй части 5 групп, и корректируют алгоритм, подходящий для всех задач в группе, все данные заносят в таблицу.

На этапе проверки результатов учитель дает обучающимся следующее задание.

*Задание 3.* Воспользуйтесь мобильными устройствами, зайдите на сайт <https://math6-vpr.sdangia.ru/test?theme=13>. Среди представленных задач выберите по 2 задачи для каждой группы, решите их, используя составленный алгоритм. Сравните свой результат и результат, представленный на сайте, в случае расхождения ответов – проверьте, удовлетворяет ли выбранная задача той группе, алгоритм которой применялся или скорректируйте алгоритм.

В результате исследования у каждой группы обучающихся составлены 2 таблицы, один из возможных вариантов результата представлен в таблицах 8 и 9.

Исследование проводится на протяжении 4 уроков. На первом уроке обучающимся дается карточка, проводятся этапы постановки проблемной ситуации, определения проблемы, поиска путей решения проблемы, обучающиеся начинают решать задачи. На втором уроке обучающиеся продолжают решать задачи и выдвигают гипотезу. На третьем уроке обучающиеся проверяют гипотезу, то есть проводят анализ условий задач и группируют их, выводят общий алгоритм для всех групп задач. На четвертом уроке обучающиеся выполняют второе задание, связанное с проверкой гипотезы.

*Таблица 6*

Вариант результата исследования по первой части карточки

№	Пример задания	Алгоритм	Решение.
1	Сумма трех чисел равна 135. Первое число составляет 15% этой суммы. Второе число в три раза больше первого. Найдите третье число.	1 способ. 1. Найти значение 1 числа. 2. Найти значение 2 числа. 3. Вычесть из суммы трех чисел значение 1 и 2 числа. 2 способ. 1. Найти процентное содержание 2 числа. 2. Вычесть из 100% процентное содержание 1 и 2 числа, т.е. найти процентное содержание 3 числа. 3. Вычислить значение 3 числа по его процентам.	1 способ. 1. $135 \cdot 0,15 = 20,25$ . 2. $20,25 \cdot 3 = 60,75$ . 3. $135 - (20,25 + 60,75) = 54$ . 2 способ. 1. $15 \cdot 3 = 45\%$ . 2. $100 - (15 + 45) = 40\%$ . 3. $135 \cdot 0,4 = 54$ .

2	Задумали три числа. Первое число составляет 42% суммы всех трёх чисел, второе — 30% этой суммы. Найдите сумму всех трёх чисел, если разность между наибольшим и наименьшим числом равна 77.	1. Вычислить процентное содержание 3 числа. 2. Определить наибольшее и наименьшее число и вычислить разность процентного содержания. 3. Найти сумму 3 чисел, зная разность 2 чисел и разность процентного содержания этих чисел.	1. $100-42-30 = 28\%$ . 2. $42-28 = 14$ . 3. $77:14*100 = 550$ .
3	Сумма трех чисел равна 150. Первое число составляет 66% этой суммы. Второе число в три раза меньше первого. Найдите разность между наибольшим и наименьшим числами.	1 способ. 1. Найти значение 1 числа. 2. Найти значение 2 числа. 3. Найти 3 число, т.е. вычесть из суммы значение 1 и 2 числа. 4. Определить наибольшее и наименьшее число и вычислить их разность. 2 способ. 1. Найти процентное содержание 2 и 3 числа. 2. Определить наибольшее и наименьшее число и вычислить их разность в процентах. 3. Вычислить, какое число от суммы трех чисел составляет количество процентов, найденных в предыдущем действии.	1 способ. 1. $150*0,66 = 99$ . 2. $99:3 = 33$ . 3. $150-(99+33) = 18$ . 4. $99-18 = 81$ . 2 способ. 1. $100-66-(66:3) = 12\%$ . 2. $66-12 = 54\%$ . 3. $150*0,54 = 81$ .
4	Первое число составляет 65% второго числа, а третье — 50% второго числа. Найдите первое число, если известно, что оно больше третьего на 18.	1. Найти разность процентного содержания. 2. Найти 2 число, зная разность 1 и 3 чисел и разность процентного содержания этих чисел. 3. Вычислить значение искомого числа, зная, сколько процентов оно составляет от предыдущего числа.	1. $65-50 = 15\%$ . 2. $18:15*100 = 120$ . 3. $120*0.65 = 78.a$

Таблица 7

### Вариант результата исследования по второй части карточки

№	Исходная величина а, число	Изменение 1		Результат после 1 изменения, d, число	Изменение 2		Результат после 2 изменения, h, число	Алгоритм
		b, %	с, число		е, %	f, число		

1	+	+			+	?	$1. d = \frac{a(100 \pm b)}{100}$ $2. h = \frac{d(100 \pm e)}{100}$
2	?	+			+	+	$1. d = \frac{100h}{100 \pm e}$ $2. a = \frac{100d}{100 \pm b}$
3	+	+			+	?	$1. d = \frac{a(100 \pm b)}{100}$ $2. f = \frac{de}{100}$
4	+	+			?	+	$1. d = \frac{a(100 \pm b)}{100}$ $2. e = 100 * \frac{h}{d}$
5	?	+			+	+	$1. d = \frac{f}{e} * 100$ $2. a = \frac{d}{100 \pm b} * 100$

### ***Организация исследовательской деятельности в условиях дистанционного обучения.***

Подготовительный этап.

Учитель разбивает обучающихся на группы, создает в Google Classroom курс, включающий пять занятий. В каждом занятии содержатся материалы, необходимые для проведения исследования.

В каждом документе находится карточка с задачами, представленная в *приложении 1* и прописано задание 1.

Занятие 1.

В первом задании курса находятся документ – *приложение 1* и прописано задание 1, а также теоретический материал по теме «Проценты».

Учитель создает видеоконференцию с обучающимися, объявляет состав групп, скидывает ссылку на онлайн-курс, дает комментарии по заданию 1, то есть создает проблемную ситуацию. Обучающиеся выдвигают проблему, в случае затруднения учитель помогает сформулировать проблему, обучающиеся должны записать проблему в документ.

На этапе поиска путей решения проблем и выделения частных проблем учитель озвучивает задание 2 и добавляет его в документ. Далее учитель



создает пять видеоконференций, в которые подключает отдельные группы обучающихся для их дальнейшей работы. Обучающиеся обсуждают план своих действий и записывают план в документ. Учитель контролирует выполнение этого этапа.

Обучающиеся приступают к решению проблемы и начинают решать задачи с карточки, заполняя таблицу. По истечению 40 минут учитель объявляет, что занятие окончено.

#### Занятие 2.

Второе занятие начинается с видеоконференции. Учитель напоминает обучающимся о том, чем они занимались на прошлом занятии и обучающиеся продолжают работу в группах, заканчивают решать задачи. К концу занятия, после решения задач и заполнения части таблицы обучающиеся обнаруживают, что определенные задачи содержат одинаково заполненные строчки таблицы и выдвигают гипотезу, что задачи можно объединить и записать общий алгоритм для каждой группы задач. В конце занятия учитель проводит общую видеоконференцию, в ходе которой обучающиеся озвучивают свои гипотезы. Если гипотезы не было выдвинуто, то учитель подводит обучающихся к этому, задавая вопросы: «Проанализируйте строчки таблицы, есть ли среди них одинаковые?», «Посмотрите на решения задач, строчки которых совпадают, можно ли сказать о том, что задачи имеют одинаковый принцип решения?». Учитель просит записать гипотезу в документах. Таким образом, обучающимися определена цель следующего занятия.

#### Занятие 3.

На этом занятии обучающиеся подключаются к видеоконференциям своих групп, и начинают составлять общий алгоритм решения для отдельных групп задач. Учитель контролирует выполнение и в случае затруднений направляет обучающихся.

#### Занятие 4.

На четвертом занятии учитель в видеоконференции сообщает обучающимся о задании 3, отправляет ссылку на сайт. Обучающиеся совершают проверку и завершают заполнение таблицы. Учитель проверяет результаты.

Таким образом, данное исследование направлено на обобщение и систематизацию знаний о решении задач на проценты. В ходе исследования у обучающихся развиваются все группы исследовательских умений.

## **Заключение**

В данной работе была проанализирована психолого-педагогическая и методическая литература, связанная с исследовательской деятельностью, и проведен контент-анализ различных подходов к определению понятия «исследовательская деятельность, в результате которого были выявлены и выделены черты, относящиеся ко всем рассмотренным определениям; описаны особенности организации исследовательской деятельности в процессе обучения математике. В процессе написания работы было установлено, что при проведении исследовательской деятельности обучающиеся получают новые знания, у них развивается познавательная мотивация, исследовательские действия, направленные на получение новых знаний, информационные процессы, необходимые для работы с новыми знаниями, а так же происходит активизация личностной позиции.

Для организации исследовательской деятельности необходимо учитывать особенности познавательной сферы современных обучающихся, в связи с этим были выявлены особенности внимания, мышления, памяти, мотивации, воображения, восприятия обучающихся 5-6-х классов и с учетом этих особенностей выдвинуты требования к организации исследовательской деятельности данной возрастной категории, в том числе в условиях электронного обучения.

В ходе работы было установлено, что проведение учебных исследований может осуществляться на этапе систематизации и обобщения знаний. С учетом выделенных теоретических положений, особенностей познавательной сферы современных обучающихся и требований к проведению учебных исследований был разработан комплекс занятий, направленный на организацию исследовательской деятельности обучающихся 5-6-х классов по теме «Решение задач на проценты». Данное исследование обобщает и систематизирует знания о способах решения задач в зависимости от данных и искомых величин и может применяться при подготовке обучающихся 6-х классов к Всероссийской проверочной работе.

Таким образом, все поставленные задачи были решены и достигнута цель.

## Список литературы

1. Аверин В. А. Психология детей и подростков / В. А. Аверин. - Санкт-Петербург : Изд-во В. А. Михайлова. - 1998. - 379 с. – Текст : непосредственный.
2. Алексеев Н. Г. Концепция развития исследовательской деятельности учащихся / Н. Г. Алексеев, А. В. Леонтович, А. С. Обухов, Л. Ф. Фомина. – Текст : электронный // Исследовательская работа школьников. - 2002. - №1. - С. 24 - 33. – URL : <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovatel'skaya-i-proektnaya-deyatelnost-uchaschihsya-v-sovremennom-obrazovanii> (дата обращения: 12.02.2020).
3. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий : пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др.; под ред. А. Г. Асмолова. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2015. – 159 с. – Текст : непосредственный.
4. Балакшина Ж. А. Типы изменчивости интеллекта и личности в период их становления : автореф. дис. ... канд. психол. наук : 19.00.01 / Ж. А. Балакшина ; Санкт-Петербург. гос. ун-т. - Санкт-Петербург, 1995. - 23 с.
5. Беляева О. А. Динамика логических и творческих компонентов мышления школьников-подростков : дисс. ... канд. психол. наук : 19.00.07 / О. А. Беляева ; Мос. гос. пед. ун-т. - Москва, 1998.
6. Берсенева О. В. Формирование готовности будущих учителей математики к организации исследовательской деятельности школьников в условиях бинарного обучения математике в вузе : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / О. В. Берсенева ; Красн. гос. пед. ун-т. – Красноярск, 2017. – 235 с.
7. Биянова Е. Б. Педагогические условия организации исследовательской деятельности учащихся основной школы : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Е. Б. Биянова ; Глазов. гос. пед. ун-т. — Ижевск, 2011. — 23 с.

8. Брославская Т. Л. Организация учебно-исследовательской и проектной деятельности обучающихся в условиях реализации ФГОС ООО / Т. Л. Брославская. – Текст : электронный // Молодой ученый. — 2015. — № 2. — С. 5-6. - URL : <https://moluch.ru/archive/82/14992/> (дата обращения: 23.10.2019).
9. Букреева И. А., Евченко Н. А. Учебно-исследовательская деятельность школьников как один из методов формирования ключевых компетенций / И. А. Букреева, Н. А. Евченко. – Текст : электронный // Молодой ученый. — 2012. — №8. — С. 309-312. — URL : <https://moluch.ru/archive/43/5286/> (дата обращения: 25.07.2019).
10. Волохова Е. С. Основные этапы научного исследования / Е. С. Волохова. – Текст : электронный // Молодой ученый. — 2016. — №6. — С. 755-757. — URL : <https://moluch.ru/archive/110/26991/> (дата обращения: 23.11.2019).
11. Воробьева В. М. Эффективное использование метода интеллектуальных карт на уроках: методическое пособие / В. М. Воробьева, Л. В. Чурикова, Л. Г. Будунова. – Москва : ГБОУ «Темоцентр». – 2013. – 46 с. – Текст : непосредственный.
12. Далингер В. А. Интегративные учебные проекты по математике и информатике как средство организации учебно-исследовательской деятельности учащихся / В. А. Далингер. – Текст : электронный // Вестник СИБИТа. — 2016. — № 1. — С. 136–141. – URL : <https://cyberleninka.ru/article/n/integrativnye-uchebnye-proekty-po-matematike-i-informatike-kak-sredstvo-organizatsii-uchebno-issledovatel'skoy-deyatelnosti> (дата обращения: 24.11.2019)
13. Далингер В. А. Организация учебно-исследовательской деятельности учащихся при обучении математике / В. А. Далингер. – Текст : электронный // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 7. – С. 134-136. – URL : <http://www.natural-sciences.ru/ru/article/view?id=30308> (дата обращения: 24.11.2019).

14. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе формирования приемов учебной деятельности учащихся: Теоретические основы: учеб. пособие. / О. Б. Епишева. - Тюбольск: Изд-во ТГПИ, 1998. - 158 с. – Текст: непосредственный.

15. Запрудский Н. И. Технология исследовательской деятельности учащихся: сущность и практическая реализация / Н. И. Запрудский. – Текст : электронный // Фізика: проблеми викладання. — 2009. — № 4. — С. 51–57. – URL : <https://alsak.ru/item/1349-4.html> (дата обращения 13.01.2020).

16. Кассир Е. И. Учебно-исследовательская деятельность в общеобразовательной школе: метод. рекомендации для учителей-предметников и учащихся общеобразоват. шк. по написанию исслед. работы / Е. И. Кассир. — Екатеринбург: Екатеринбург. Дом Учителя. - 2007. — 54 с. – Текст: непосредственный.

17. Клещева И. В. Методика формирования учебно-исследовательской деятельности учащихся при изучении математики / И. В. Клещева. - Текст : электронный // Вестник НовГУ. - 2014. - №79. – С. 41-44. - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-formirovaniya-uchebno-issledovatel'skoy-deyatelnosti-uchaschihsya-pri-izuchenii-matematiki> (дата обращения: 13.04.2020).

18. Клещева, И. В. Организация учебно-исследовательской деятельности учащихся при изучении математики : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / И. В. Клещева ; Рос. гос. пед. ун-т им. А. И. Герцена. — Санкт-Петербург, 2003. — 176 с.

19. Клещева И. В. Учебно-исследовательская деятельность учащихся при изучении математики и ее роль в развитии метапредметных умений / И. В. Клещева. - Текст : электронный // Вестник НовГУ. 2011. - №64. – С. 38-42. - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/uchebno-issledovatel'skaya-deyatelnost-uchaschihsya-pri-izuchenii-matematiki-i-ee-rol-v-razvitii-metapredmetnyh-umeniy> (дата обращения: 11.04.2020).

20. Леонтович А.В. Концептуальные основания моделирования организации исследовательской деятельности учащихся / А. В. Леонтович. – Текст : электронный // Исследовательская работа школьников. – 2006. – № 4. – С. 24-26. – URL : <http://www.arusy.ucoz.ru/publ.konceptualnye.modelirovaniya> (дата обращения 02.09.2019).

21. Обухов А. С. Исследовательская деятельность как способ формирования мировоззрения / А. С. Обухов. – Текст : электронный // Народное образование. - 1999. - №10. - С. 158-161. - URL : <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovatel'skaya-deyatelnost-osnova-razvitiya-tvorcheskoy-lichnosti> (дата обращения 03.10.2019).

22. Обухова Л. Ф. Концепция Жана Пиаже: за и против. / Л. Ф. Обухова. - М.: Изд-во МГУ. - 1981. - 191 с. – Текст : непосредственный.

23. Российская Федерация. Законы. Об образовании в Российской Федерации : федер. закон № 273-ФЗ : [принят Гос. Думой 21 дек. 2012 г. : одобрен Советом Федераций 26 дек. 2012 г.]. – URL : [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174) (дата обращения: 24.04.2020).

24. Самохина В. М. Исследовательская деятельность старшеклассников как фактор их подготовки к профессиональному самоопределению: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / В. М. Самохина ; Чув. гос. пед. ун-т. - Чебоксары, 2004. — 22 с.

25. Сапа А. В. Поколение z — поколение эпохи ФГОС / А. В. Сапа. – Текст : электронный // Инновационные проекты и программы в образовании. - 2014. - №2. – С. 24-30. – URL : <https://cyberleninka.ru/article/n/pokolenie-z-pokolenie-epochi-fgos> (дата обращения: 24.04.2020).

26. Семенова Н. А. Исследовательская деятельность учащихся / Н.А. Семенова. – Текст : электронный // Начальная школа. – 2006. - № 2. – С.45-49. - URL : <https://n-shkola.ru/storage/archive/1408533022-1849233679.pdf> (дата обращения 16.12.2019).



27. Старицына Ольга Александровна Клиповое мышление vs образование. Кто виноват и что делать? / О. В. Старицына. – Текст : электронный // АНИ: педагогика и психология. - 2018. - №2. – С. 270 – 274. - URL : <https://cyberleninka.ru/article/n/klipovoe-myshlenie-vs-obrazovanie-kto-vinovat-i-chto-delat> (дата обращения: 24.04.2020).

28. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования от 17 декабря 2010 г. №1897 // Министерство образования и науки Российской Федерации.

29. Фролова Е. Ю. Исследовательская деятельность учащихся на уроках математики / Е. Ю. Фролова. – Текст : электронный // Молодой ученый. — 2016. — №9. — С. 1202-1205. — URL : <https://moluch.ru/archive/113/29264/> (дата обращения: 20.01.2020).

30. Хуторской А. В. Современная дидактика : Учебник для вузов / А. В. Хуторской. – Санкт-Петербург : Питер. – 2001. - 544 с. – Текст : непосредственный.

31. Эльконин Д. Б. Введение в психологию развития (в традиции культурно – исторической теории Л.С. Выготского) / Д. Б. Эльконин. – Москва : Тривола. - 1994. – 168 с. – Текст: непосредственный.

32. Якиманская И. С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе / И. С. Якиманская. - 2-е изд. – Москва : Сентябрь. - 2000. - 112 с. – Текст : непосредственный.

Карточка

Часть 1

1. Сумма трёх чисел равна 145. Первое число составляет 12% этой суммы. Второе число в четыре раза больше первого. Найдите третье число.
2. Первое число составляет 85% второго числа, а третье — 20% второго числа. Найдите первое число, если известно, что оно больше третьего на 26.
3. Сумма трех чисел равна 150. Первое число составляет 66% этой суммы. Второе число в три раза меньше первого. Найдите разность между наибольшим и наименьшим числами.
4. Задумали три числа, первое число составляет 45% суммы трех чисел, второе – 15% этой суммы. Найти сумму всех трех чисел, если разность между наибольшим и наименьшим числом равна 90.
5. Сумма трех чисел равна 125. Первое число составляет 54% этой суммы. Второе число в три раза меньше первого. Найдите разность между наибольшим и наименьшим числом.
6. Первое число составляет 15% второго числа, а третье — 70% второго числа. Найдите первое число, если известно, что оно меньше третьего на 22.
7. Задумали три числа. Первое число составляет 42% суммы всех трёх чисел, второе — 30% этой суммы. Найдите сумму всех трёх чисел, если разность между наибольшим и наименьшим числами равна 77.
8. Сумма трёх чисел равна 140. Первое число составляет 5% этой суммы. Второе число в шесть раз больше первого. Найдите третье число.

Часть 2

1. Хоккейные коньки стоили 4500 рублей. Сначала цену снизили на 20%, а потом эту сниженную цену повысили на 20%. Сколько стали стоить коньки после повышения цены?

2. Лодка стоила 24000 руб. Сначала цену повысили на 12%, затем эту повышенную цену повысили еще на 12%. Сколько стала стоить лодка после второго повышения цены?

3. Набор юного художника стоил 5400 рублей. Сначала цену повысили на 10%, а потом снизили на 15%. Сколько стал стоить набор юного художника после понижения цены?

4. Борис взял в долг у приятеля в августе 40000 рублей. Начиная с сентября, каждый месяц он выплачивает приятелю 18% от оставшейся суммы долга. Сколько останется выплатить Борису, после того, как он отдаст часть денег в октябре?

5. Цены на яблоки сначала выросли на 60%, а затем понизились на 20%. Сколько изначально стоили яблоки, если после понижения цен они стали стоить 128 рублей?

6. Цены на крабов сначала понизились на 20%, а затем повысились на 25%. Сколько изначально стоили крабы, если после повышения цен они стоили 150 руб.?

7. Первого апреля цену на набор елочных игрушек повысили на 10%. Первого мая цену на этот набор ещё раз повысили на 15%. После этого набор стал стоить 1200 рублей. Сколько стоил набор 31 марта?

8. Цену на брюки сначала снизили на 13%. Затем сниженную цену еще снизили на 15%. После этого цена на брюки стала 1200 рублей. Сколько стоили брюки изначально?

9. Путешественник отправился в поход протяженностью 200 км. В первый день он прошел 25% от запланированного пути, а во второй день он прошел 20% от оставшегося расстояния. Сколько км прошел путешественник во второй день?

10. Стоимость билета в аквапарк составляла 2000 рублей, сначала ее повысили на 10%, а затем понизили на 15%. На сколько рублей понизили цену?

11. В мае билеты на самолет до Амстердама стоили 17000 руб. В июне цены выросли на 20%, а в июле понизилась и стали 15300 руб. На сколько процентов понизились цены в июле?

12. В январе фен стоил 4400 рублей. В феврале он подешевел на 15%, а в марте повысились, и фен стал стоить 4000. На сколько процентов повысились цены в марте?

13. Путешественник прошел в первый день своего пути 20% от запланированного маршрута, во второй день он прошел 24% от оставшегося маршрута. Определите, сколько всего запланировал пройти путешественник, если во второй день он прошел 24 км?

14. Цена на футбольный мяч сначала повысилась на 10%, а затем понизилась на 15%. Сколько стоил мяч изначально, если цена понизилась на 120 рублей.

15. Цена на пиццу сначала понизилась на 20%, а затем повысилась на 25%. Сколько стоила пицца изначально, если цена повысилась на 125 рублей.

16. Ольга во второй день пробежала на 10% больше чем в первый, а в третий на 10% больше чем во второй. Сколько километров пробежала Ольга в первый день, если в третий день она пробежала больше чем во второй на 1 км?